

<p>1.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται τα διανύσματα <math>\vec{a}</math> και <math>\vec{\beta}</math> με <math>(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}</math> και <math> \vec{a}  = \sqrt{2}</math>, <math> \vec{\beta}  = 2\sqrt{2}</math>.</p> <p>α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο <math>\vec{a} \cdot \vec{\beta}</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p> <p>β) Αν τα διανύσματα <math>2\vec{a} + \vec{\beta}</math> και <math>k\vec{a} + \vec{\beta}</math> είναι κάθετα να βρείτε την τιμή του <math>k</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος <math>2\vec{a} + \vec{\beta}</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p>
<p>2.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι: <math>\vec{AB} = (-4, -6)</math>, <math>\vec{AG} = (2, -8)</math>.</p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος <math>\vec{AM}</math>, όπου ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>β) Να αποδείξετε ότι η γωνία <math>\hat{A}</math> είναι οξεία.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>γ) Αν στο τρίγωνο ΑΒΓ επιπλέον ισχύει <math>A(3,1)</math>, να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του Β και Γ.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p>
<p>3.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται τα σημεία <math>A(1,2)</math> και <math>B(5,6)</math>.</p> <p>α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>β) Να αποδείξετε ότι η μεσοκάθετος <math>\epsilon</math> του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ έχει εξίσωση την <math>\psi = -x + 7</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 15)</p>
<p>4.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Έστω τα διανύσματα <math>\vec{a}</math> και <math>\vec{\beta}</math> για τα οποία: <math>2 \vec{a}  =  \vec{\beta}  = 2\sqrt{2}</math> και <math>(\vec{a}, \vec{\beta}) = 60^\circ</math></p> <p>α) Να αποδείξετε ότι <math>\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 2</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων <math>\vec{a} + \vec{\beta}</math> και <math>\vec{a} - \vec{\beta}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 15)</p>

<p>5.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται οι παράλληλες ευθείες <math>\epsilon_1: \chi - 2\psi - 8 = 0</math>, <math>\epsilon_2: 2\chi - 4\psi + 10 = 0</math> και το σημείο <math>A</math> της <math>\epsilon_1</math> που έχει τετμημένη το 4.</p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου <math>A</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 5)</p> <p>β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας <math>\epsilon</math> η οποία διέρχεται από το σημείο <math>A</math> και είναι κάθετη στην ευθεία <math>\epsilon_1</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>γ) Αν <math>B</math> είναι το σημείο τομής των ευθειών <math>\epsilon</math> και <math>\epsilon_2</math>, τότε να βρείτε τις συντεταγμένες του <math>B</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p>
<p>6.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\epsilon_1: \chi - 8\psi + 16 = 0</math> και <math>\epsilon_2: 2\chi + \psi + 15 = 0</math> οι οποίες τέμνονται στο σημείο <math>M</math>.</p> <p>Αν οι ευθείες <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math> τέμνουν τον άξονα <math>\psi/\psi</math> στα σημεία <math>A</math> και <math>B</math> αντίστοιχα, τότε:</p> <p>α) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων <math>M</math>, <math>A</math> και <math>B</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>β) αν <math>K</math> είναι το μέσο του τμήματος <math>AB</math>, να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος <math>\overline{MK}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 15)</p>
<p>7.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\epsilon_1: 8\chi + \psi - 28 = 0</math> και <math>\epsilon_2: \chi - \psi + 1 = 0</math> οι οποίες τέμνονται στο σημείο <math>M</math>.</p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου <math>M</math> και, στη συνέχεια, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το <math>M</math> και είναι κάθετη στον άξονα <math>\chi/\chi</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες που διέρχονται από το <math>M</math> και έχουν συντελεστή διεύθυνσης <math>\lambda</math> έχουν εξίσωση την: <math>\lambda\chi - \psi - 3\lambda + 4 = 0</math>, όπου <math>\lambda \in \mathbb{R}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 15)</p>

<p>8.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\epsilon_1 : \chi - 3\psi + 5 = 0</math> και <math>\epsilon_2 : 3\chi + \psi - 5 = 0</math></p> <p>α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math> είναι κάθετες μεταξύ τους. (Μονάδες 9)</p> <p>β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής <math>A</math> των ευθειών <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math> (Μονάδες 9)</p> <p>γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο <math>A</math> και την αρχή <math>O</math> των αξόνων. (Μονάδες 7)</p>
<p>9.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\epsilon_1 : 3\chi + \psi + 3 = 0</math> και <math>\epsilon_2 : \chi + 2\psi - 4 = 0</math></p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής <math>A</math> των ευθειών <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math> (Μονάδες 8)</p> <p>β) Αν η ευθεία <math>\epsilon_1</math> τέμνει τον άξονα <math>\psi'\psi</math> στο σημείο <math>B</math> και η ευθεία <math>\epsilon_2</math> τέμνει τον άξονα <math>\chi'\chi</math> στο σημείο <math>\Gamma</math>, τότε:</p> <p>i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων <math>B</math> και <math>\Gamma</math>. (Μονάδες 8)</p> <p>ii) να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία <math>B</math> και <math>\Gamma</math> έχει εξίσωση την <math>3\chi - 4\psi - 12 = 0</math> (Μονάδες 9)</p>
<p>10.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται τα διανύσματα <math>\overline{AB} = (\kappa^2 - 6\kappa + 9, \kappa - 3)</math> και <math>\overline{AG} = (1, 6)</math>, όπου <math>\kappa \in \mathbb{R}</math></p> <p>α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο <math>\overline{AB} \cdot \overline{AG}</math> (Μονάδες 8)</p> <p>β) Να βρείτε τις τιμές του <math>\kappa</math>, ώστε τα διανύσματα <math>\overline{AB}</math> και <math>\overline{AG}</math> να είναι κάθετα. (Μονάδες 9)</p> <p>γ) Για <math>\kappa = 1</math> να βρείτε το διάνυσμα <math>\overline{BG}</math>. (Μονάδες 8)</p>

<p>11.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Θεωρούμε την ευθεία <math>\epsilon_1</math> που τέμνει τους άξονες <math>x'x</math> και <math>y'y</math> στα σημεία <math>A(3,0)</math> και <math>B(0,6)</math> αντίστοιχα.</p> <p>α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας <math>\epsilon_1</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p> <p>β) Αν <math>\epsilon_2</math> είναι η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην <math>\epsilon_1</math>, τότε να βρείτε:</p> <p>i) την εξίσωση της ευθείας <math>\epsilon_2</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 9)</p> <p>ii) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p>
<p>12.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Έστω <math>M(3,5)</math> το μέσο ευθυγράμμου τμήματος <math>AB</math> με <math>A(1,1)</math>.</p> <p>α) Να βρείτε:</p> <p>i) τις συντεταγμένες του σημείου <math>B</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 6)</p> <p>ii) την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία <math>A</math> και <math>B</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>β) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου <math>K</math> του άξονα <math>x'x</math> έτσι, ώστε να ισχύει <math>(KA) = (KB)</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 12)</p>
<p>13.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνεται η ευθεία (<math>\epsilon</math>): <math>y+x=1</math> και το σημείο <math>A(2,-4)</math>.</p> <p>α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το <math>A</math> και είναι κάθετη στην (<math>\epsilon</math>).</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>β) Να βρείτε την προβολή του σημείου <math>A</math> πάνω στην ευθεία (<math>\epsilon</math>).</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 15)</p>

<p>14.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνεται τρίγωνο <math>AB\Gamma</math> και σημεία <math>\Delta</math> και <math>E</math> του επιπέδου τέτοια, ώστε <math>\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{A\Gamma}</math> και <math>\overrightarrow{AE} = 5\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{A\Gamma}</math></p> <p>α) Να γράψετε το διάνυσμα <math>\overrightarrow{DE}</math> ως γραμμικό συνδυασμό των <math>\overrightarrow{AB}</math> και <math>\overrightarrow{A\Gamma}</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 13)</p> <p>β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα <math>\overrightarrow{DE}</math> και <math>\overrightarrow{B\Gamma}</math> είναι παράλληλα.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 12)</p>
<p>15.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνεται παραλληλόγραμμο <math>AB\Gamma\Delta</math> και <math>E, Z</math> σημεία τέτοια ώστε: <math>\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}</math>, <math>\overrightarrow{AZ} = \frac{2}{7}\overrightarrow{A\Gamma}</math>.</p> <p>α) Να γράψετε τα διανύσματα <math>\overrightarrow{EZ}</math> και <math>\overrightarrow{ZB}</math> ως γραμμικό συνδυασμό των <math>\overrightarrow{AB}</math> και <math>\overrightarrow{AD}</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 13)</p> <p>β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία <math>B, Z</math> και <math>E</math> είναι συνευθειακά.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 12)</p>
<p>16.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται τα διανύσματα <math>\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}</math>, <math>\overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + \vec{j}</math> και <math>\overrightarrow{OG} = 5\vec{i} - 5\vec{j}</math>, όπου <math>\vec{i}</math> και <math>\vec{j}</math> είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων <math>x'x</math> και <math>y'y</math> αντίστοιχα.</p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των <math>\overrightarrow{AB}</math> και <math>\overrightarrow{B\Gamma}</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 12)</p> <p>β) Να εξετάσετε αν τα σημεία <math>A, B</math> και <math>\Gamma</math> μπορεί να είναι κορυφές τριγώνου.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 13)</p>

<p>17.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται τα διανύσματα <math>\overline{OA} = (4, -2)</math> και <math>\overline{OB} = (1, 2)</math>, όπου <math>O</math> είναι η αρχή των αξόνων.</p> <p>α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα <math>\overline{OA}</math> και <math>\overline{OB}</math> είναι κάθετα. (Μονάδες 4)</p> <p>β) Αν <math>\Gamma(\alpha, \beta)</math> είναι σημείο της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία <math>A</math> και <math>B</math>, τότε:</p> <p>i) να αποδείξετε ότι: <math>\overline{AB} = (-3, 4)</math> και <math>\overline{AG} = (\alpha - 4, \beta + 2)</math> (Μονάδες 5)</p> <p>ii) να αποδείξετε ότι: <math>4\alpha + 3\beta = 10</math> (Μονάδες 6)</p> <p>iii) αν επιπλέον τα διανύσματα <math>\overline{OG}</math> και <math>\overline{AB}</math> είναι κάθετα, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου <math>\Gamma</math>. (Μονάδες 10)</p>
<p>18.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Σε τρίγωνο <math>AB\Gamma</math> είναι <math>\overline{AB} = (\lambda, \lambda + 1)</math>, <math>\overline{AG} = (3\lambda, \lambda - 1)</math>, όπου <math>\lambda \neq 0</math> και <math>\lambda \neq -2</math>, και <math>M</math> είναι το μέσο της πλευράς <math>B\Gamma</math></p> <p>α) Να αποδείξετε ότι <math>\overline{AM} = (2\lambda, \lambda)</math> (Μονάδες 7)</p> <p>β) Να βρείτε την τιμή του <math>\lambda</math> για την οποία το διάνυσμα <math>\overline{AM}</math> είναι κάθετο στο διάνυσμα <math>\vec{\alpha} = \left(\frac{2}{\lambda}, -\lambda\right)</math> (Μονάδες 8)</p> <p>γ) Για την τιμή του <math>\lambda</math> που βρήκατε στο ερώτημα β), να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου <math>AB\Gamma</math> (Μονάδες 10)</p>

<p>19.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\varepsilon_1 : 2\chi - \psi - 10\lambda + 16 = 0</math> και <math>\varepsilon_2 : 10\chi + \psi - 2\lambda - 4 = 0</math>, όπου <math>\lambda \in \mathbb{R}</math></p> <p>α) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου <math>\lambda</math> οι ευθείες <math>\varepsilon_1</math> και <math>\varepsilon_2</math> τέμνονται, και να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους <math>M</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>β) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου <math>\lambda</math> το σημείο <math>M</math> ανήκει στην ευθεία <math>\varepsilon : 8\chi + \psi - 6 = 0</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>γ) Αν η ευθεία <math>\varepsilon</math> τέμνει τους άξονες <math>\chi'\chi</math> και <math>\psi'\psi</math> στα σημεία <math>A</math> και <math>B</math> αντίστοιχα, τότε:</p> <p>i) να βρείτε την εξίσωση της ευθείας <math>\zeta</math> που διέρχεται από την αρχή <math>O</math> των αξόνων και είναι παράλληλη προς την ευθεία <math>AB</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 5)</p> <p>ii) αν <math>K</math> είναι τυχαίο σημείο της ευθείας <math>\zeta</math>, να αποδείξετε ότι <math>(KAB) = \frac{9}{4}</math></p>
<p>20.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνεται η ευθεία <math>\varepsilon : \chi - 4\psi - 7 = 0</math> και τα σημεία <math>A(-2, 4)</math> και <math>B(2, 6)</math></p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου <math>M</math> της ευθείας <math>\varepsilon</math> το οποίο ισαπέχει από τα σημεία <math>A</math> και <math>B</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου <math>MAB</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p> <p>γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία <math>K(\chi, \psi)</math> για τα οποία ισχύει <math>(KAB) = (MAB)</math> ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: <math>\chi - 2\psi - 5 = 0</math> και <math>\chi - 2\psi + 25 = 0</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p>

<p>21.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνεται η εξίσωση: <math>\chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2 - 6\chi - 6\psi + 8 = 0</math></p> <p>α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει γεωμετρικά δύο ευθείες γραμμές <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math> οι οποίες είναι παράλληλες μεταξύ τους. (Μονάδες 7)</p> <p>β) Αν <math>\epsilon_1 : \chi + \psi - 2 = 0</math> και <math>\epsilon_2 : \chi + \psi - 4 = 0</math>, να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης <math>\epsilon</math> των <math>\epsilon_1</math> και <math>\epsilon_2</math> (Μονάδες 8)</p> <p>γ) Αν <math>A</math> είναι σημείο της ευθείας <math>\epsilon_1</math> με τεταγμένη το 2 και <math>B</math> σημείο της ευθείας <math>\epsilon_2</math> με τεταγμένη το 1, τότε:</p> <p>i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων <math>A</math> και <math>B</math> (Μονάδες 2)</p> <p>ii) να βρείτε τις συντεταγμένες δύο σημείων <math>\Gamma</math> και <math>\Delta</math> της ευθείας <math>\epsilon</math> έτσι, ώστε το τετράπλευρο <math>A\Gamma B\Delta</math> να είναι τετράγωνο. (Μονάδες 8)</p>
<p>22.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνεται η εξίσωση <math>\chi^2 + \gamma^2 - 2\chi\gamma - 3\lambda\chi + 3\lambda\gamma + 2\lambda^2 = 0</math>, με <math>\lambda</math> διαφορετικό του 0.</p> <p>α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει στο επίπεδο, δύο ευθείες παράλληλες μεταξύ τους, καθεμιά από τις οποίες έχει κλίση ίση με 1. (Μονάδες 12)</p> <p>β) Αν το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι δύο πλευρές βρίσκονται πάνω στις ευθείες του ερωτήματος α) είναι ίσο με 2, να βρείτε την τιμή του <math>\lambda</math>. (Μονάδες 13)</p>



23.	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\varepsilon_1 : 3\chi + \psi + 3 = 0</math> και <math>\varepsilon_2 : \chi + 2\psi - 4 = 0</math></p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής <math>A</math> των ευθειών <math>\varepsilon_1</math> και <math>\varepsilon_2</math> (Μονάδες 5)</p> <p>β) Αν η ευθεία <math>\varepsilon_1</math> τέμνει τον άξονα <math>\psi'\psi</math> στο σημείο <math>B</math> και η ευθεία <math>\varepsilon_2</math> τέμνει τον άξονα <math>\chi'\chi</math> στο σημείο <math>\Gamma</math>, τότε:</p> <p>i) να βρείτε εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία <math>B</math> και <math>\Gamma</math> (Μονάδες 5)</p> <p>ii) να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου <math>AB\Gamma</math> (Μονάδες 5)</p> <p>γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία <math>K(\chi, \psi)</math> για τα οποία ισχύει <math>(KB\Gamma) = (AB\Gamma)</math> ανήκουν σε δύο παράλληλες ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις. (Μονάδες 10)</p>
24.	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα <math>AB</math> που είναι παράλληλο προς την ευθεία <math>\varepsilon : \psi = \chi</math>, με <math>A(\chi_1, \psi_1)</math>, <math>B(\chi_2, \psi_2)</math> και <math>\chi_1 &lt; \chi_2</math></p> <p>Αν το σημείο <math>M(3, 5)</math> είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος <math>AB</math> και το γινόμενο των τετμημένων των σημείων <math>A</math> και <math>B</math> ισούται με 5, τότε:</p> <p>α) να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων <math>A</math> και <math>B</math>. (Μονάδες 13)</p> <p>β) να αποδείξετε ότι <math>(OAB) = 4</math>, όπου <math>O</math> είναι η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 5)</p> <p>γ) να αποδείξετε ότι τα σημεία <math>K(\chi, \psi)</math> για τα οποία ισχύει <math>(KAB) = 2(OAB)</math> ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: <math>\chi - \psi - 2 = 0</math> και <math>\chi - \psi + 6 = 0</math> (Μονάδες 7)</p>

25.	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται τα διανύσματα <math>\vec{\alpha}</math>, <math>\vec{\beta}</math> και <math>\vec{\gamma}</math> για τα οποία ισχύουν:</p> <p><math> \vec{\alpha} =2</math>, <math> \vec{\beta} =1</math>, <math>(\vec{\alpha}, \vec{\beta})=60^\circ</math> και <math>\vec{\gamma}=\frac{\kappa}{2}\cdot\vec{\alpha}-\vec{\beta}</math>, όπου <math>\kappa \in \mathbb{R}</math></p> <p>α) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο <math>\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 3)</p> <p>β) Αν ισχύει <math>\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} = \kappa</math>, τότε:</p> <p>i) να αποδείξετε ότι: <math>\kappa = -2</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 6)</p> <p>ii) να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος <math>\vec{\gamma}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p> <p>iii) να αποδείξετε ότι τα διανύσματα <math>3\vec{\alpha} + 2\vec{\gamma}</math> και <math>\vec{\beta} - \vec{\gamma}</math> είναι κάθετα.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p>
26.	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται τα διανύσματα <math>\vec{a}</math> και <math>\vec{b}</math> με μέτρα 2, 6 αντίστοιχα και <math>\phi \in [0, \pi]</math> η μεταξύ τους γωνία.</p> <p>Επίσης δίνεται η εξίσωση <math>(\vec{a}\vec{b} + 12)x + (\vec{a}\vec{b} - 12)\psi - 5 = 0</math> (1).</p> <p>α) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε <math>\phi \in [0, \pi]</math>. <span style="float: right;">(Μονάδες 3)</span></p> <p>β) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στον άξονα <math>\psi'</math>, να αποδείξετε ότι <math>\vec{b} = 3\vec{a}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>γ) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στον άξονα <math>x'</math>, να αποδείξετε ότι <math>\vec{b} = -3\vec{a}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>δ) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στην διχοτόμο πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων, να αποδείξετε ότι <math>\vec{b} \perp \vec{a}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p>

<p>27.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>α) Να εξετάσετε τότε ισχύει καθεμιά από τις ισότητες: <math> \vec{u} + \vec{v}  =  \vec{u}  +  \vec{v} </math> και <math> \vec{u} + \vec{v}  =   \vec{u}  -  \vec{v}  </math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 10)</p> <p>β) Δίνονται τα διανύσματα <math>\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}</math> για τα οποία ισχύουν: <math>\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}</math> και <math>\frac{ \vec{\alpha} }{3} = \frac{ \vec{\beta} }{4} = \frac{ \vec{\gamma} }{7}</math>.</p> <p>i) Να αποδείξετε ότι: <math>\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta}</math> και <math>\vec{\beta} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p> <p>ii) Να αποδείξετε ότι: <math>7\vec{\alpha} + 3\vec{\gamma} = \vec{0}</math></p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p>
<p>28.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται τα σημεία <math>A(\lambda-1, 12-2\lambda)</math>, <math>B(2, 2)</math> και <math>\Gamma(4,6)</math>, <math>\lambda \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>α) Να βρείτε την μεσοκάθετο του τμήματος <math>B\Gamma</math>. <span style="float: right;">(Μονάδες 7)</span></p> <p>β) Αν το σημείο <math>A</math> ισαπέχει από τα σημεία <math>B</math> και <math>\Gamma</math>, να βρείτε την τιμή του <math>\lambda</math>. <span style="float: right;">(Μονάδες 8)</span></p> <p>γ) Για <math>\lambda=4</math>, να βρείτε σημείο <math>\Delta</math> ώστε το τετράπλευρο <math>AB\Delta\Gamma</math> να είναι ρόμβος. <span style="float: right;">(Μονάδες 10)</span></p>
<p>29.</p>	<p>ΘΕΜΑ 2</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\varepsilon_1: (2\lambda-1)x+y-5=0</math>, <math>\varepsilon_2: (\lambda^2+3)x-y-15=0</math> με <math>\lambda \in \mathbb{R}</math> και το σημείο <math>A(2,-1)</math>.</p> <p>α) Να αποδείξετε ότι, για κάθε τιμή του <math>\lambda \in \mathbb{R}</math> οι ευθείες τέμνονται. <span style="float: right;">(Μονάδες 7)</span></p> <p>β) Αν οι ευθείες τέμνονται στο σημείο <math>A</math>, να βρείτε την τιμή του <math>\lambda \in \mathbb{R}</math>. <span style="float: right;">(Μονάδες 10)</span></p> <p>γ) Έστω <math>\lambda=2</math> και <math>B, \Gamma</math> τα σημεία που οι <math>\varepsilon_1</math> και <math>\varepsilon_2</math> τέμνουν τον άξονα <math>y'y</math>. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου <math>AB\Gamma</math>. <span style="float: right;">(Μονάδες 8)</span></p>

<p>30.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται οι ευθείες <math>\varepsilon: 2κχ - (1+κ)ψ + 1 - 3κ = 0</math> και <math>\zeta: (1+3κ)χ + (κ-1)ψ + 2 - 6κ = 0</math>,</p> <p>όπου <math>κ \in \mathbb{R}</math></p> <p>α) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του <math>κ</math>, ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες. <span style="float: right;">(Μονάδες 10)</span></p> <p>β) Να βρείτε την αμβλεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (<math>\varepsilon</math>) και (<math>\zeta</math>). <span style="float: right;">(Μονάδες 15)</span></p>
<p>31.</p>	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται τα σημεία <math>A\left(1, \frac{-3}{2}\right)</math>, <math>B(2, -1)</math> και <math>\Gamma\left(\mu, \frac{\mu-4}{2}\right)</math>, όπου <math>\mu \in \mathbb{R}</math></p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων <math>\overline{AB}</math> και <math>\overline{B\Gamma}</math> <span style="float: right;">(Μονάδες 8)</span></p> <p>β) Να αποδείξετε ότι για κάθε <math>\mu \in \mathbb{R}</math> το σημείο <math>\Gamma</math> ανήκει στην ευθεία που διέρχεται από τα σημεία <math>A</math> και <math>B</math> <span style="float: right;">(Μονάδες 8)</span></p> <p>γ) Να βρείτε την τιμή του <math>\mu</math> έτσι, ώστε <math>\mu \cdot \overline{B\Gamma} = -\overline{AB}</math> <span style="float: right;">(Μονάδες 6)</span></p> <p>δ) Για την τιμή του <math>\mu</math> που βρήκατε στο ερώτημα γ), να αποδείξετε ότι <math>(OB\Gamma) = 1</math>, όπου <math>O</math> είναι η αρχή των αξόνων. <span style="float: right;">(Μονάδες 3)</span></p>

32.	<p>ΘΕΜΑ 4</p> <p>Δίνονται τα σημεία <math>A(3,4)</math>, <math>B(5,7)</math> και <math>\Gamma(2\mu+1,3\mu-2)</math>, όπου <math>\mu \in \mathbb{R}</math></p> <p>α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων <math>\overline{AB}</math> και <math>\overline{A\Gamma}</math> και, στη συνέχεια, να αποδείξετε ότι τα σημεία <math>A</math>, <math>B</math> και <math>\Gamma</math> δεν είναι συνευθειακά για κάθε τιμή του <math>\mu</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 8)</p> <p>β) Να αποδείξετε ότι:</p> <p>i) το εμβαδόν του τριγώνου <math>AB\Gamma</math> δεν εξαρτάται από το <math>\mu</math>.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 5)</p> <p>ii) για κάθε τιμή του <math>\mu</math> το σημείο <math>\Gamma</math> ανήκει σε ευθεία <math>\varepsilon</math>, της οποίας να βρείτε την εξίσωση.</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 7)</p> <p>γ) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά γιατί το εμβαδόν του τριγώνου <math>AB\Gamma</math> παραμένει σταθερό, ανεξάρτητα από την τιμή του <math>\mu</math>;</p> <p style="text-align: right;">(Μονάδες 5)</p>
33.	
34.	
35.	